

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

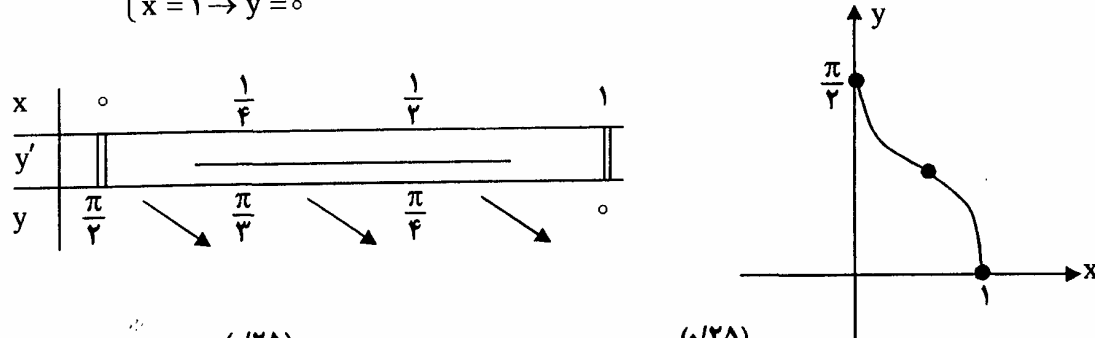
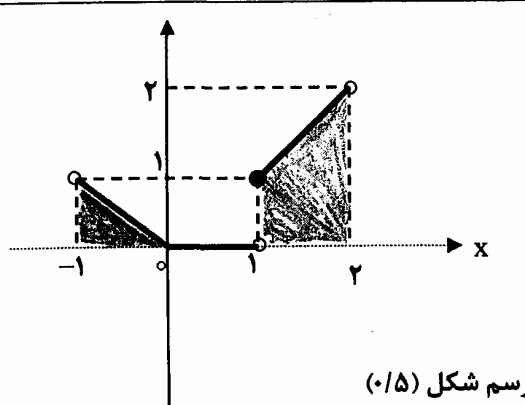
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$1-x \geq 0 \rightarrow 1 \geq x \quad (0/25)$ $[x] \neq 0 \rightarrow x \in \mathbb{R} - [0, 1) \quad (0/25) \Rightarrow D = (-\infty, 0) \cup \{1\} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۲	$g(x) = \sqrt{x-1}$ الف) $D_g : x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow D_g = [1, +\infty) \quad (0/25)$ $D_{g \circ g} = \left\{ x \in D_g \mid g(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in [1, +\infty) \mid \sqrt{x-1} \geq 1 \right\} = [2, +\infty) \quad (0/25)$ $\frac{x-1 \geq 1}{x \geq 2}$ ب) $g \circ g(x) = g(g(x)) = \sqrt{\sqrt{x-1}-1} \quad (0/25)$	۱
۳	$\begin{cases} \alpha = \beta + 2 \\ \alpha + \beta = 4 \quad (0/25) \Rightarrow \alpha = 3, \beta = 1 \quad (0/5), 3 \times 1 = \frac{m}{4} \rightarrow m = 12 \quad (0/25) \\ \alpha \times \beta = \frac{m}{4} \quad (0/25) \end{cases}$	۱/۲۵
۴	$y = g(x) \Leftrightarrow x = g^{-1}(y) \quad (0/25)$ $y = 1 - 2f(x+3) \Rightarrow f(x+3) = \frac{1-y}{2} \Rightarrow x+3 = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) \Rightarrow$ $(0/25)$ $x = g^{-1}(y) = f^{-1}\left(\frac{1-y}{2}\right) - 3 \quad (0/25) \Rightarrow g^{-1}(x) = f^{-1}\left(\frac{1-x}{2}\right) - 3 \quad (0/25)$	۱
۵	$\frac{4 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin 5\alpha + \sin \alpha} = \frac{4 \times \left(\frac{1}{2}\right) \left(\cos \frac{\pi}{4} - \cos 2\alpha\right)}{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha} \quad (0/5) = \frac{2 \cos 2\alpha}{2 \sin 2\alpha \cos 2\alpha} \quad (0/25) = \frac{1}{\sin 2\alpha}$	۱
۶	الف) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 0 \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 2 \quad (0/25)$	۰/۷۵
۷	الف) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{[x] + [-x]} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x-3}{-1} = 0 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - x - 1}{x^2 - x} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(2x^2 + 2x + 1)}{x(x-1)} = 5 \quad (0/25)$ $(0/5)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos 2x}} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin 2x}{\sqrt{2} \sin x } = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2 \sin x \cos x}{-\sqrt{2} \sin x} = -\sqrt{2} \quad (0/25)$ $(0/25)$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 1}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(x^2 + 2x) - (x^2 + 1)}{\sqrt{x^2 + 2x} + \sqrt{x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2}}$ $\frac{-x}{-x}$ $= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-2x} = -1 \quad (0/25)$ $(0/25)$	۲/۷۵
	«ادامه در صفحه‌ی دوم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+1} \quad D = (0, +\infty) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \quad y = 0 \quad \text{مجانِب افقی} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \quad x = 0 \quad \text{مجانِب قائم} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۹	<p>شرط پیوستگی $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ $(0/25)$</p> $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{x+8} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+8) - 8}{x(\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{(x+8)} + 4)} \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt[3]{(x+8)^2} + 2\sqrt[3]{(x+8)} + 4)} = \frac{1}{12} \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۰	<p>الف) $y' = 3 \times 2x \times \tan^2(x^2) (1 + \tan^2(x^2)) + \left[-5 \sin\left(5x - \frac{\pi}{6}\right) \right]$ $(0/5) \quad (0/25)$</p> <p>ب) $y' = \frac{5 \times 2(2x+1)^4 x \sqrt{x} - (\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} x)(2x+1)^5}{(x\sqrt{x})^2}$</p> <p>ج) $x^2 + x^3 y^4 - y - 2x + 5 = 0$ $2x + (3x^2 y^4 + 4y^3 y' x^3) - y' - 2 = 0 \rightarrow y' = \frac{-(2x + 3x^2 y^4 - 2)}{4x^3 y^3 - 1} \quad (0/5)$</p>	۱/۷۵
۱۱	$y' = \cos x \cdot f'(\sin x) = \cos x \cdot \sin^2 x \quad (0/25)$	۰/۵
۱۲	$\begin{cases} x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = a \\ y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x = 1 - a \end{cases} \quad (0/25) \Rightarrow a = 3 \quad (0/25) \rightarrow y = \frac{3x+2}{x+2} \Rightarrow (0,1) \quad (0/25)$ $y' = \frac{4}{(x+2)^2} \quad (0/25) \rightarrow m = 1 \quad (0/25) \quad \text{شیب مماس}$	۱/۲۵
۱۳	$\frac{dr}{dt} = -3 \rightarrow \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{dr} \times \frac{dr}{dt} = \frac{ds}{dr} \times (-3) = 8\pi \times 5 \times (-3) = -120\pi \quad (0/25)$	۰/۷۵
۱۴	<p>الف) $f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x^2 + 1 - 16}{x - 2} = -\infty \quad (0/5)$</p> <p>$f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{8x - 16}{x - 2} = 8 \quad (0/5)$</p> <p>ب) خیر چون مشتق چپ و راست مساوی نیست. یا چون f در $x = 2$ پیوسته نیست. $(0/25)$</p>	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه‌ی سوم»	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۹ / ۳ / ۱۳۸۷
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دوم (خردادماه) سال تحصیلی ۸۷-۱۳۸۶	اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره															
۱۵	<p>(۰/۲۵) نقطه‌ی E بحرانی نیست (الف)</p> <p>(۰/۲۵) $A, B \rightarrow$ نقاط ماکزیمم نسبی (ب)</p> <p>(۰/۲۵) $B, C \rightarrow$ نقاط مینیمم نسبی</p>	۰/۷۵															
۱۶	<p>(۰/۲۵) $y = ax^3 + bx^2 \rightarrow y' = 3a(1)^2 + 2b(1) \rightarrow a + b = 2$</p> <p>(۰/۲۵) $y' = 3ax^2 + 2bx \rightarrow y'' = 6ax + 2b \rightarrow 6a(1) + 2b = 0 \rightarrow 3a + b = 0$</p> <p>(۰/۵) $\begin{cases} a + b = 2 \\ 3a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 3$</p>	۱/۲۵															
۱۷	<p>(۰/۲۵) $-1 \leq \sqrt{x} \leq 1 \rightarrow D = [0, 1]$</p> <p>(۰/۲۵) $y' = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{\sqrt{1-(\sqrt{x})^2}} < 0$</p> <p>در این نقاط مماس موازی محور عرض هاست $\Rightarrow y' = -\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>نقاط بحرانی $\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = \frac{\pi}{2} \\ x = 1 \rightarrow y = 0 \end{cases}$</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>1/4</td> <td>1/2</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>π/2</td> <td>π/3</td> <td>π/4</td> <td>0</td> </tr> </table>	x	0	1/4	1/2	1	y'					y	π/2	π/3	π/4	0	۱/۲۵
x	0	1/4	1/2	1													
y'																	
y	π/2	π/3	π/4	0													
۱۸	<p>(۰/۲۵) $\begin{cases} -1 < x < 0 \rightarrow y = -x \\ 0 \leq x < 1 \rightarrow y = 0 \\ 1 \leq x < 2 \rightarrow y = x \end{cases}$</p> <p>(۰/۵) $\int_{-1}^2 y dx = \frac{1 \times 1}{2} + \frac{1 \times (1+2)}{2} = 2$</p>  <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵															
	جمع نمره	۲۰															

باسلام و خسته نباشید

مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.